

§ 6. СТАНДАРТНЫЕ ПРАВИЛА СОСТАВЛЕНИЯ ЧАСТОТНЫХ УРАВНЕНИЙ ЗДАНИЙ КАК ЕДИНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СИСТЕМ

Главная задача состоит в составлении частотных уравнений выделенных из здания перекрытий. Эта задача плоская, двумерная. Практически, с достаточной степенью точности, она может быть сведена при определении перемещений к элементарной задаче теории изгиба с учетом или без учета сдвига. Взаимодействие перекрытий со стенами моделируется упругими опорами.

Вторая, вспомогательная задача, состоит в определении величин жесткостей толкающих опор поперечных стен (см. § 5).

Частотные уравнения перекрытий легко превратить в частотные уравнения зданий, если выполнить следующие условия: а) величины жесткостей поддерживающих перекрытия упругих опор приравнять величинам жесткостей толкающих опор, вычисленным для поперечных стен; б) соотношение по высоте здания между жесткостями толкающих опор выбрать таким, при котором удовлетворяются условия равночастотности перекрытий.

Если массы зданий, сконцентрированные в уровнях перекрытий, одинаковы, то последнее условие отпадает и задача определения жесткостей толкающих опор поперечных стен может решаться независимо от задачи определения частот колебаний здания.

Приведем составленные по указанным выше правилам частотные уравнения зданий с различным числом поперечных стен.

Здание с двумя одинаковыми (торцевыми) поперечными стенами. Для этого случая частотные уравнения выделенных из здания перекрытий (первая, основная задача) имеют вид:

для симметричных в плане колебаний

$$\frac{[EI]}{l^3} \Phi(\lambda_1) = \zeta_1 \bar{C}^{*(i)} f_1; \dots \dots \dots (6.1)$$

$$\frac{[EI]}{l^3} \Phi(\lambda_n) = \zeta_n \bar{C}^{*(i)} f_1 \quad (i = 1, 2, \dots, n);$$

для кососимметричных колебаний

$$\frac{[EI]}{l^3} \cdot \frac{B(\lambda_1)}{S_1(\lambda_1)} = \zeta_1 \bar{C}^{*(i)} f_1; \dots \dots \dots (6.2)$$

$$\frac{[EI]}{l^3} \frac{B(\lambda_n)}{S_1(\lambda_n)} = \zeta_n \bar{C}^{*(i)} f_1 \quad (i = 1, 2, \dots, n),$$

где $\Phi(\lambda) = \lambda^3 \frac{\text{ch } \lambda \sin \lambda + \text{ch } \lambda \cos \lambda}{2 \text{ch } \lambda \cos \lambda}$ — протабулированная авторами функция [5]; $B(\lambda) = \text{ch } \lambda \sin \lambda - \text{ch } \lambda \cos \lambda$; $S_1(\lambda) = 2 \text{sh } \lambda \sin \lambda$ — протабулированные функции [1]; $f_1 = \frac{F_1 G_1 \gamma_{\text{пр}}}{h_1 k_1}$ — приведенная жесткостная характеристика поперечной стены первого этажа; $[EI]$ — приведенная изгибная жесткость сборного перекрытия; l — половина длины здания; $\lambda_1 = l \sqrt[4]{\frac{m_1 \omega_{ij}^2}{[EI]}}$, ..., $\lambda_n = l \sqrt[4]{\frac{m_n \omega_{ij}^2}{[EI]}}$ — частотные параметры; ω_{ij} — ij -я частота здания; i, j — номера форм собственных колебаний поперечных стен и перекрытий; $\zeta_1 = 1$; $\zeta_2 = \frac{f_2}{f_1}$; ... $\zeta_n = \frac{f_n}{f_1}$; m_1, \dots, m_n — погонные по длине здания массы, сосредоточенные в уровнях перекрытий.

В правые части уравнений (6.1) и (6.2) входят величины обобщенных жесткостей (жесткостей толкающих опор) поперечных стен, выраженных через безразмерный параметр $\bar{C}^{*(i)}$. Значение этого параметра должно определяться из условий квазистатического равновесия (5.6) (вторая, вспомогательная задача).

Уравнения (6.1), как и (6.2), связаны между собой общей частотой ω_{ij} . Они являются трансцендентными и поэтому определяют бесконечный спектр частот. В данной задаче, в отличие от последующих, спектр распался на n серий ($i = 1, 2, \dots, n$), без использования допущения о подобии форм колебания вертикальных элементов.

Сравнивая уравнения (6.1) и (6.2) с уравнением (5.6), видим, что задачи определения частот колебаний здания и обобщенных жесткостей его вертикальных элементов в общем случае взаимосвязаны и поэтому должны решаться последовательными приближениями в следующем порядке.

В первом приближении $\bar{C}_1^{*(i)}$ принимаем по табл. II.1 и подставляем в первое уравнение (6.1), из которого определяем λ_1 , а по нему — ω'_{ij} . Вычисляем параметры λ для остальных перекрытий

$$\lambda_2 = \frac{L}{2} \sqrt[4]{\frac{m_2 (\omega'_{ij})^2}{[EI]}}; \dots \lambda_n = \frac{L}{2} \sqrt[4]{\frac{m_n (\omega'_{ij})^2}{[EI]}}$$

Из второго, третьего и последующих уравнений (6.1) определяем ζ_2, \dots, ζ_n . Подставляя эти значения ζ в уравнение (5.6), вычисляем новое значение $\bar{C}^{*(i)}$, а затем процесс повторяется до тех пор, пока в предыдущем и последующем циклах величины $\bar{C}^{*(i)}$ не станут близкими.

Чтобы избежать трудоемкого решения полинома, к которому сводится определение $\bar{C}^{*(i)}$ из (5.6), задачу можно решать в иной последовательности.

Задаваясь, начиная с произвольного значения ω'_{ij} , рядом значений частот, из уравнений (6.1) определяем $\zeta_1 \bar{C}^{*(i)}$, $\zeta_2 \bar{C}^{*(i)}$, ... $\zeta_n \bar{C}^{*(i)}$.

Подставляя эти значения в определитель (5.6), вычисляем его последовательные значения $\Delta(\omega_{ij}')$, $\Delta(\omega_{ij}'')$, ... и строим график зависимости $\Delta(\omega_{ij})$. Точка пересечения этого графика и оси абсцисс определяет частоту колебаний здания.

Задача определения частот здания значительно упрощается, если массы, сосредоточенные в уровнях перекрытий, одинаковы.

В этом случае обе задачи (первая и вторая) распадаются на независимые части:

$$\frac{[EI]}{l^3} \Phi(\lambda) = C_1^{*(i)}; \quad (6.3)$$

$$C_1^{*(i)} = \bar{C}^{*(i)} f_1, \quad (6.4)$$

где $\bar{C}^{*(i)}$ — параметр, определяемый из уравнения (5.6) при $\zeta_1 = 1$;
 $\zeta_2 = \frac{m_2}{m_1}$; ... $\zeta_n = \frac{m_n}{m_1}$.

Аналогичные упрощения могут быть сделаны и в отношении уравнений (6.2).

Если сечения поперечных стен по высоте здания не меняются, то $C^{*(i)}$ определяются по формулам (5.8) (учет только сдвига) и (5.11) (учет сдвига с изгибом). В большинстве случаев без большой погрешности таким решением можно пользоваться и при имеющих различиях в сечениях стен по высоте, принимая их в расчете усредненными.

В практических расчетах в этом и других, более общих случаях (несколько поперечных стен, разные массы по высоте), удобно сохранить независимость первой и второй задач на колебания зданий как единых пространственных систем. Но тогда решения становятся приближенными. Здесь могут быть использованы два способа приближенного решения пространственной задачи: первый — массы по высоте здания усреднены (при определении сейсмических сил можно уточнить решение с учетом различия масс), второй — массы по высоте различны, но их различие компенсируется введением в решение второй, вспомогательной задачи, коэффициентов $\zeta_1 = 1$; $\zeta_2 = \frac{m_2}{m_1}$;
 ... $\zeta_n = \frac{m_n}{m_1}$.

С учетом изложенного выше формы собственных колебаний здания можно определять по формулам:

для симметричных в плане колебаний

$$V_{ij}(x_k, y) = X_i(x_k) \left\{ S(u_{ij}) - \frac{\bar{C}^{*(i)}}{\lambda_j^3} V(u_{ij}) + \right. \\ \left. + \left[\frac{\bar{C}^{*(i)}}{\lambda_j^3} U(\lambda_j) - V(\lambda_j) \right] \frac{T(u_{ij})}{S(\lambda_j)} \right\}, \quad (6.5)$$

$$\bar{V}_{ij}(x_k, y) = X_i(x_k) \left\{ S(u_j x) + \frac{C^{*(i)}}{u_j^3} V(u_j x) - \frac{T(u_j x)}{T(\lambda_j)} \left[S(\lambda_j) + \frac{C^{*(i)}}{u_j^3} V(\lambda_j) \right] \right\}, \quad (6.6)$$

где $S(u_j y) = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} u_j y + \cos u_j y)$; $V(u_j y) = \frac{1}{2} (\operatorname{sh} u_j y - \sin u_j y)$;

$$U(u_j y) = \frac{1}{2} (\operatorname{ch} u_j y - \cos u_j y); \quad T(u_j y) = \frac{1}{2} (\operatorname{sh} u_j y + \sin u_j y) -$$

протабулированные функции [1]; $\lambda_j = u_j l$; j — номер симметричной (кососимметричной) форм колебаний перекрытий; $X_i(x_k)$ — i -я сдвиговая форма колебаний стен.

Если помимо деформаций сдвига учитываются деформации изгиба поперечных стен, то форма $X_i(x)$ колебаний здания в поперечном сечении определяется по формуле (5.12), в которой изгибные и сдвиговые жесткости определяются для всех простенков торцовых стен.

Здание с двумя неодинаковыми торцовыми стенами. Решение пространственной задачи в этом случае (с учетом упрощений, указанных выше) имеет вид:

$$\frac{[EI] \lambda^3}{2l^3 S_1(\lambda)} [(1 + \zeta) B(\lambda) \pm \sqrt{(1 + \zeta)^2 B^2(\lambda) + 4\zeta D(\lambda) S_1(\lambda)}] = C_I^{*(i)}; \quad (6.7)$$

$$C_I^{*(i)} = \bar{C}^{*(i)} f_I; \quad C_{II}^{*(i)} = \bar{C}^{*(i)} f_{II}, \quad (6.8)$$

где $\zeta = \frac{C_I^{*(i)}}{C_{II}^{*(i)}}$; $C_I^{*(i)}$, $C_{II}^{*(i)}$ — обобщенные жесткости левой и правой торцовых стен; $\bar{C}^{*(i)}$ — безразмерные параметры, определяемые по табл. II.1; f_I , f_{II} — осредненные (по этажам) сдвиговые жесткости торцовых стен; $\lambda = l \sqrt{\frac{m\omega^2}{[EI]}}$; m — осредненные (по этажам) погонные массы перекрытий; $B(\lambda)$, $D(\lambda)$, $S_1(\lambda)$ — протабулированные гиперболо-тригонометрические функции [1].

В работе [1] приводятся графики корней трансцендентного частотного уравнения (6.7).

Здание с тремя поперечными стенами (две одинаковые по торцам и третья — посередине). Частотное уравнение симметричных в плане колебаний имеет вид:

$$\frac{1}{2\lambda^3} \cdot \frac{F_1(\lambda)}{F_2(\lambda)} + \frac{[EI]}{C_{II}^{*(i)} l^3} = 0, \quad (6.9)$$

где $F_1(\lambda) = \frac{C_1^{*(i)} l^3}{\lambda^3 [EI]} B(\lambda) + E(\lambda)$; $F_2(\lambda) = \frac{C_1^{*(i)} l^3}{\lambda^3 [EI]} C(\lambda) - A(\lambda)$;

$C_I^{*(i)}, C_{II}^{*(i)}$ — обобщенные жесткости торцовых и средней поперечных стен; $B(\lambda), E(\lambda), C(\lambda), A(\lambda)$ — протабулированные гиперболо-тригонометрические функции [II].

Частотный параметр λ определяется из уравнения (6.9) способом попыток. Частоты собственных колебаний определяются по формуле

$$\omega = \frac{\lambda^2}{r^2} \sqrt{\frac{[EI]}{m}}, \quad (6.10)$$

а ординаты форм колебаний — по (6.5).

Поскольку жесткостью стен на кручение пренебрегаем, частоты и формы кососимметричных колебаний для зданий с тремя и двумя диафрагмами совпадают. Методику составления и решения частотных уравнений проиллюстрируем на приводимых ниже примерах расчета.

Примеры расчета частот и форм собственных колебаний

Пример 1. Определить первую частоту и форму собственных колебаний двухэтажного кирпичного здания (рис. II.7), имеющего торцовые диафрагмы. Перекрытия — сборные железобетонные из многопустотных панелей, опирающихся на железобетонные ри-

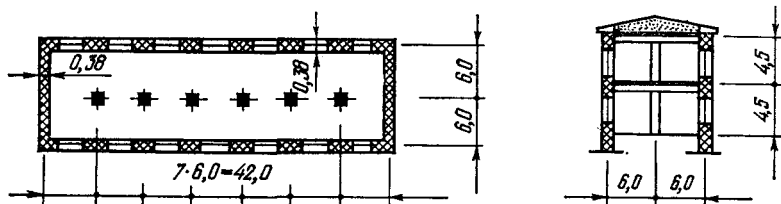


Рис. II.7. План и разрез двухэтажного кирпичного здания.

тели и монолитные с помощью железобетонной обвязки по периметру здания. Приведенный модуль упругости перекрытия $E = 0,907 \cdot 10^9 \text{ кг/м}^2$ (с учетом сборности). Погонные массы в уровнях перекрытий первого и второго этажей разные:

$$m_1 = 1706 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^2; m_2 = 1293 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^2.$$

Моменты инерции перекрытий $I_1 = I_2 = I = 13,4 \text{ м}^4$. Площадь поперечного сечения вертикальных диафрагм $F_d = 4,370 \text{ м}^2$; модуль упругости материала стен при сдвиге $G = 7 \cdot 10^7 \text{ кг/м}^2$.

Расчетные схемы вертикальных и горизонтальных элементов расчлененного здания приведены на рис. II.8.

Частота собственных колебаний определяется в следующем порядке.

* Моменты инерции поперечного сечения перекрытий определены с учетом круглых пустот, имеющих в сборных железобетонных панелях.

Вычисляем параметры λ_1 и λ_2 . Из условия равночастотности перекрытий находим зависимость между λ_1 и λ_2

$$\lambda_2 = \lambda_1 \sqrt[4]{\rho_2}; \quad \lambda_2 = 0,933 \lambda_1,$$

где $\rho_2 = \frac{m_2}{m_1} = 0,758$.

Задаемся в первом приближении $\lambda_1 = 1,5$; тогда $\lambda_2 = 1,4$.

Определяем жесткости толкающих опор вертикальных диафрагм для первой формы (при $i = 1$). Относительные (безразмерные) значения жесткостей толкающих упругих опор в уровнях первого и

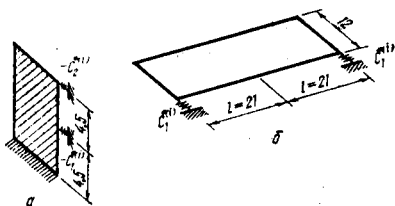


Рис. 11.8. Расчетные схемы вертикальных (а) и горизонтальных (б) элементов здания.

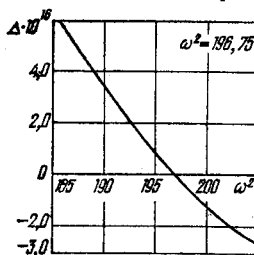


Рис. 11.9. График для определения частоты собственных колебаний.

второго этажей при фиксированных λ_1 и λ_2 вычисляем из частотных уравнений, выделенных из здания перекрытий:

$$\bar{C}_1^{*(i)} = \Phi(\lambda_1); \quad \bar{C}_1^{*(1)} = 25,323;$$

$$\bar{C}_2^{*(1)} = \Phi(\lambda_2); \quad \bar{C}_2^{*(1)} = 9,169; \quad \frac{[E/I]}{l^3} = 0,0131 \cdot 10^8 \text{ кг/м};$$

где $\Phi(\lambda)$ — протабулированная функция [5].

Значения жесткостей:

$$C_1^{*(1)} = \bar{C}_1^{*(1)} \frac{[E/I]}{l^3} = 25,323 \cdot 0,0131 \cdot 10^8 = 0,332 \cdot 10^8 \text{ кг/м};$$

$$C_2^{*(1)} = \bar{C}_2^{*(1)} \frac{[E/I]}{l^3} = 9,169 \cdot 0,0131 \cdot 10^8 = 0,120 \cdot 10^8 \text{ кг/м}.$$

Определяем методом попыток частоту собственных колебаний. Вычисленные в первом приближении жесткости толкающих упругих опор обеспечивают равночастотность расчлененных перекрытий при заданных λ_1 и λ_2 , но не обязательно удовлетворяют частотному уравнению здания:

$$\Delta = \begin{vmatrix} \delta_{11} - \frac{1}{C_1^{*(1)}} & \delta_{12} \\ \delta_{21} & \delta_{22} - \frac{1}{C_2^{*(1)}} \end{vmatrix} = 0,$$

где δ_{11} , δ_{12} , δ_{21} и δ_{22} — единичные перемещения поперечных стен, определяемые по формулам:

$$\delta_{11} = \delta_{12} = \delta_{21} = \frac{h}{GF_d} = 1,471 \cdot 10^{-8} \text{ м/кг}; \quad \delta_{22} = 2\delta_{11} = 2,942 \cdot 10^{-8} \text{ м/кг}.$$

Для $\lambda_1 = 1,5$ и $\lambda_2 = 1,4$ определитель Δ равен

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1,471 \cdot 10^{-8} - \frac{1}{0,332 \cdot 10^8} & 1,471 \cdot 10^{-8} \\ 1,471 \cdot 10^{-8} & 2,942 \cdot 10^{-8} - \frac{1}{0,120 \cdot 10^8} \end{vmatrix} = 6,144 \cdot 10^{-16}.$$

Аналогичные вычисления для других значений λ_1 и λ_2 выполнены в табл. II.5.

Таблица II.5

λ_1	λ_2	$\bar{C}_1^*(1)$	$\bar{C}_2^*(2)$	$C_1^*(1)$	$C_2^*(1)$	Δ	ω^2
1,50	1,400	25,333	9,169	$0,332 \cdot 10^8$	$0,120 \cdot 10^8$	$6,144 \cdot 10^{-16}$	185,3
1,51	1,409	29,942	9,459	$0,392 \cdot 10^8$	$0,124 \cdot 10^8$	$3,367 \cdot 10^{-16}$	190,3
1,52	1,418	36,133	10,530	$0,473 \cdot 10^8$	$0,138 \cdot 10^8$	$0,603 \cdot 10^{-16}$	195,4
1,53	1,427	45,498	11,329	$0,598 \cdot 10^8$	$-0,348 \cdot 10^8$	$-1,374 \cdot 10^{-16}$	200,6
1,54	1,437	60,944	12,348	$0,798 \cdot 10^8$	$0,160 \cdot 10^8$	$-2,885 \cdot 10^{-16}$	206,0

По данным табл. II.5 построен график $\Delta = f(\omega^2)$ (рис. II.9). Точка пересечения этого графика с осью абсцисс определяет квадрат частоты $\omega_{11}^2 = 196,75 \text{ 1/сек}^2$; $\omega_{11} = 14,03 \text{ 1/сек}$.

Соответствующие значения параметров λ_1 и λ_2 :

$$\lambda_1 = l \sqrt{\frac{m_1 \omega^2}{[EI]}} = 21 \sqrt{\frac{1706 \cdot 196,75}{0,907 \cdot 10^9 \cdot 13,4}} = 1,522;$$

$$\lambda_2 = 0,933\lambda_1 = 1,420; \quad \bar{C}_1^{*(1)} = 37,699; \quad \bar{C}_2^{*(1)} = 10,695;$$

$$C_1^{*(1)} = 0,0131 \cdot 10^8 \cdot \bar{C}_1^{*(1)} = 0,494 \cdot 10^8 \text{ кг/м};$$

$$C_2^{*(1)} = 0,0131 \cdot 10^8 \cdot \bar{C}_2^{*(1)} = 0,140 \cdot 10^8 \text{ кг/м}.$$

Определяем формы собственных колебаний:

диафрагмы

$$X_1(x_2) = - \frac{\delta_{11} - \frac{1}{C_1^{*(1)}}}{\delta_{12}} = - \frac{1,471 \cdot 10^8 - \frac{1}{0,494 \cdot 10^8}}{1,471 \cdot 10^{-8}} = 2,376;$$

$$X_1(x_1) = 1;$$

p	y_p	$\frac{uy_p}{0,072 \cdot (2)}$	$S(uy_p)$	$V(uy_p)$	$T(uy_p)$	$-10,692 \cdot (5)$	$9,765 \cdot (6)$	$\frac{V(x_k, y_p)}{X_1(x_k)} = \frac{(7)}{(4)} + \frac{(8)}{(4)}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
0	0	0	1,000	0	0	0	0	1
1	2,1	0,15	1,000	0,001	0,150	-0,011	1,465	2,476
2	4,2	0,30	1,000	0,004	0,300	-0,043	1,930	3,887
3	6,3	0,45	1,002	0,015	0,450	-0,160	4,394	5,236
4	8,4	0,60	1,005	0,036	0,601	-0,385	5,869	6,489
5	10,5	0,76	1,014	0,73	0,762	-0,871	7,441	7,674
6	12,6	0,91	1,029	0,126	0,915	-1,458	8,935	8,506
7	14,7	1,06	1,053	0,199	1,071	-2,239	10,458	9,272
8	16,8	1,21	1,089	0,296	1,232	-3,165	12,030	9,954
9	18,9	1,36	1,143	0,421	1,399	-4,501	13,661	10,303
10	21,0	1,51	1,217	0,577	1,576	-6,169	15,390	10,438

перекрывтия

$$V(x_k, y) = X_1(x_k) \left[S(uy) - \frac{\bar{C}_1^{*(1)}}{\lambda_1^3} V(uy) + \frac{\frac{\bar{C}_1^{*(1)}}{\lambda_1^3} U(\lambda_1) - V(\lambda_1)}{S(\lambda_1)} T(uy) \right]; \quad (6.11)$$

($k = 1, 2$),

где $u = \sqrt[4]{\frac{m_1 \omega_{11}^2}{|EI|}} = 0,072 \text{ 1/м}$; $\frac{\bar{C}_1^{*(1)}}{\lambda_1^3} = \frac{37,699}{3,526} = 10,691$;

$$\frac{\frac{\bar{C}_1^{*(1)}}{\lambda_1^3} U(\lambda_1) - V(\lambda_1)}{S(\lambda_1)} = 9,765; \quad U(\lambda_1) = 1,172; \quad V(\lambda_1) = 0,598;$$

$S(\lambda_1) = 1,223$; $S(uy)$; $V(uy)$; $T(uy)$ — гипербола-тригонометрические функции, определяемые по [1].

Уравнение (6.11), с учетом сделанных выше предварительных вычислений, можно записать как

$$V(x_k, y) = X_1(x_k) [S(uy) - 10,692V(uy) + 9,765T(uy)]. \quad (6.12)$$

В табл. II.6 для десяти сечений на половине длины здания по формуле (6.12) приведены вычисления ординат форм собственных колебаний с точностью до постоянного множителя $X_1(x_k)$.

Пример 2. Определить первые частоту и форму собственных колебаний пятиэтажного кирпичного здания промышленного типа, име-

ющего две торцовые диафрагмы жесткости (рис. II.10). Стены выполнены из кирпича марки 75 на растворе марки 75. Перекрытия — сборные железобетонные из ребристых панелей, соединенных между собой обвязкой, уложенной по периметру здания. Панели опираются на поперечные ригели. Момент инерции перекрытия $I = 12,65 \text{ м}^4$. Массы, сосредоточенные в уровнях перекрытий всех этажей,

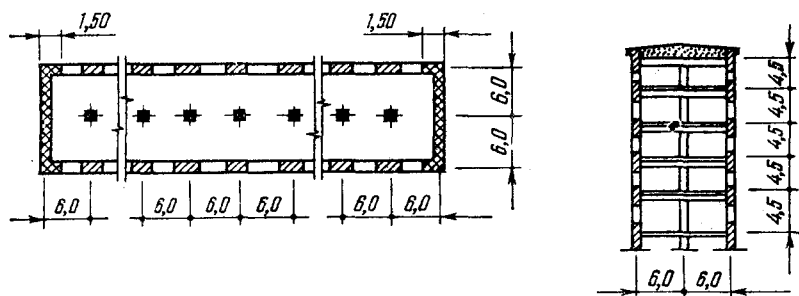


Рис. II.10. План и разрез пятиэтажного кирпичного здания.

одинаковы: $M = 122,6 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$, погонные массы $m = 2040 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^2$.

Приведенный модуль упругости перекрытия $E = 0,907 \cdot 10^9 \text{ кг}/\text{м}^2$. Модуль упругости материала вертикальных диафрагм при сдвиге $G = 6 \cdot 10^7 \text{ кг}/\text{м}^2$.

Площадь поперечного сечения вертикальных диафрагм жесткости (поперечных стен) с учетом присоединенных поясков (участков продольных стен, примыкающих к поперечным стенам) $F_{\Pi} = 7,40 \text{ м}^2$; без учета — $F = 5,86 \text{ м}^2$.

Расчетные схемы диафрагм жесткости и перекрытий приведены на рис. II.11. Жесткости толкающих упругих опор диафрагм определяются по формуле (5.8)

$$C^{*(1)} = \bar{C}_1^{*(1)} b = 0,081 \cdot 7,835 \times 10^7 = 0,636 \cdot 10^7 \text{ кг}/\text{м}, \quad (6.13)$$

где $b = \frac{GF_{\Pi}}{hk_1}$;

$\bar{C}_1^{*(1)}$ — коэффициент, определяемый по табл. II.1; h — высота этажа; k_1 — коэффициент формы поперечного сечения диафрагм [3].

$$b = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot 7,40 \cdot 1}{4,5 \cdot 1,261} = 7,825 \cdot 10^7 \text{ кг}/\text{м}.$$

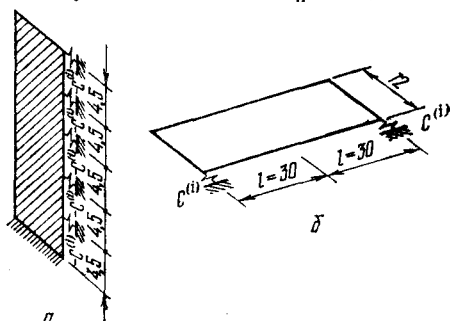


Рис. II.11. Расчетные схемы вертикальных (а) и горизонтальных (б) элементов здания.

Частота собственных колебаний здания с двумя торцовыми диафрагмами жесткости

$$\omega_{11} = \frac{\lambda_{11}^2}{l^2} \sqrt{\frac{[EI]}{m}}$$

Параметр λ_{11} определяется из частотного уравнения

$$\bar{C}^{*(1)} = \Phi(\lambda_{11}),$$

где $\bar{C}^{*(1)} = C^{*(1)} \frac{l^3}{[EI]} = 0,633 \cdot 10^7 \cdot \frac{30^3}{0,907 \cdot 10^9 \cdot 12,65} = 14,90$.

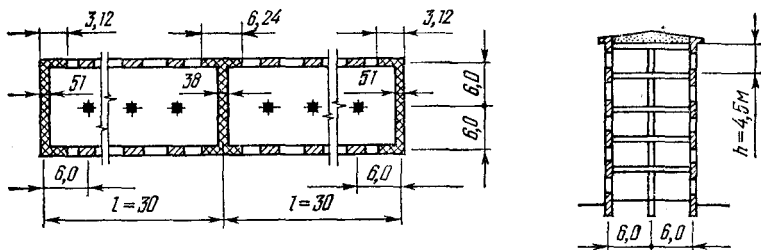


Рис. 11.12. План и разрез пятиэтажного здания с тремя поперечными стенами.

Используя таблицу для функции $\Phi(\lambda)$ [5], находим λ :

$$\lambda_{11} = 1,456.$$

Частоту собственных колебаний здания находим по формуле

$$\omega_{11} = \frac{\lambda_{11}^2}{l^2} \sqrt{\frac{[EI]}{m}} = \frac{1,456^2}{30^2} \sqrt{\frac{0,907 \cdot 10^9 \cdot 12,65}{2040}} = 5,58 \text{ 1/сек.}$$

Определим формы собственных колебаний элементов здания. Так как площади поперечного сечения вертикальных диафрагм и жесткости толкающих упругих опор по высоте здания не меняются, то ординаты форм $X_1(x_k)$ можно не вычислять, а принять по табл. II.2:

$$X_1(x_1) = 1; \quad X_1(x_2) = 1,919; \quad X_1(x_3) = 2,683; \quad X_1(x_4) = 3,230; \\ X_1(x_5) = 3,515.$$

Формы колебаний горизонтальных элементов (перекрытий) определяются по формуле (6.11) примера 1. Подставив значения $\bar{C}_1^{*(1)}$; λ_1^3 ; $U(\lambda_1) = 1,079$; $V(\lambda_1) = 0,521$; $S(\lambda_1) = 1,190$ в формулу (6.11), получим

$$V(x_k, y) = X(x_k) [S(uy) - 4,827V(uy) + 3,939 T(uy)], \quad (6.14)$$

где $S(uy)$; $V(uy)$ и $T(uy)$ — протабулированные гиперболо-тригонометрические функции [1]:

$$u = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{[EI]}} = \sqrt[4]{\frac{2040 \cdot 31,16}{0,907 \cdot 10^9 \cdot 12,65}} = 0,0485 \text{ 1/м.}$$

Согласно формуле (6.14) в табл. II.7 приведены вычисления ординат форм колебаний для десяти сечений перекрытия на половине длины здания.

Пример 3. Определить первые частоту и форму собственных колебаний пятиэтажного здания промышленного типа, имеющего три поперечные стены (рис. II.12). Перекрытия те же, что и в примере 2: $I = 12,65 \text{ м}^4$; $E = 0,907 \cdot 10^9 \text{ кг/м}^2$. Массы в уровнях перекрытий всех этажей одинаковы и равны: $M = 126,03 \cdot 10^3 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}$. Погонная масса $m = 2100 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}^2$.

Таблица II.7

p	y_p	0,0485 · (2)	S (uy_p)	T (uy_p)	V (uy_p)	-4,827 · (6)	3,939 · (5)	$\frac{V(x_k; y_p)}{X(x_k)} = \frac{(7)}{(4)} + \frac{(8)}{(8)}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
0	0	0	1	0	0	0	0	1
1	3,0	0,15	1	0,150	0,001	-0,005	0,591	1,58
2	6,0	0,29	1	0,290	0,004	-0,019	1,142	2,123
3	9,0	0,44	1,002	0,442	0,014	-0,068	1,733	2,667
4	12,0	0,58	1,005	0,581	0,033	-0,159	2,288	3,134
5	15,0	0,73	1,012	0,732	0,065	-0,314	2,883	3,581
6	18,0	0,87	1,024	0,874	0,119	-0,574	3,443	3,893
7	21,0	1,02	1,045	1,029	0,177	-0,854	4,053	4,244
8	24,0	1,16	1,076	1,177	0,261	-1,260	4,636	4,452
9	27,0	1,31	1,109	1,298	0,342	-1,651	5,113	4,571
10	30,0	1,46	1,190	1,516	0,521	-2,515	5,972	4,647

Площади поперечного сечения вертикальных диафрагм (поперечных стен) с учетом присоединенных поясков продольных стен (эффективные участки продольных стен шириною 3,12 м — у торцевой стены и 6,24 м — у средней стены показаны на рис. II.12) равны: $F_{1п} = 8,782 \text{ м}^2$; $F_{2п} = 10,530 \text{ м}^2$; без учета поясков — $F_1 = 5,854 \text{ м}^2$; $F_2 = 4,390 \text{ м}^2$.

Ширина присоединенных поясков продольных стен принята равной половине ширины участка у основания стены. Модуль упругости материала диафрагм при сдвиге $G = 6 \cdot 10^7 \text{ кг/м}^2$.

Расчетные схемы элементов расчлененного здания аналогичны расчетным схемам на рис. II.8. Разница между ними состоит в том, что перекрытие рассматриваемого в этом примере здания будет иметь три поддерживающих упругих опоры, моделирующих работу поперечных стен.

Жесткости толкающих упругих опор торцовых стен $C_I^{*(1)}$ и средней стены $C_{II}^{*(1)}$ для первой формы (при $i = 1$) определяются по формуле (5.8):

$$C_I^{*(1)} = \bar{C}^{*(1)} b_I; \quad C_{II}^{*(1)} = \bar{C}^{*(1)} b_{II};$$

$$b_I = \frac{GF_{1п}}{hk_1}; \quad b_{II} = \frac{GF_{2п}}{hk_2};$$

$\bar{C}^{*(1)}$ — коэффициент, определяемый по табл. II.1;

$$b_1 = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot 8,782}{4,5 \cdot 1,50} = 7,806 \cdot 10^7 \text{ кг/м};$$

$$b_{II} = \frac{6 \cdot 10^7 \cdot 10,536}{4,5 \cdot 2,4} = 5,853 \cdot 10^7 \text{ кг/м};$$

$$C_I^{*(1)} = 0,081 \cdot 7,806 \cdot 10^7 = 6,338 \cdot 10^6 \text{ кг/м};$$

$$C_{II}^{*(1)} = 0,081 \cdot 5,853 \cdot 10^7 = 4,753 \cdot 10^6 \text{ кг/м}.$$

Жесткости толкающих опор диафрагм равны жесткостям поддерживающих опор выделенных из здания перекрытий. Частотное уравнение здания имеет вид

$$\delta(\lambda_{11}) + \frac{1}{\bar{C}_I^{*(1)}} = 0, \quad (6.15)$$

$$E(\lambda_{11}) + \frac{\bar{C}_I^{*(1)}}{\lambda_{11}^3} B(\lambda_{11})$$

$$\text{где } \delta(\lambda_{11}) = \frac{1}{2\lambda_{11}^3} \cdot \frac{\bar{C}_I^{*(1)}}{\lambda_{11}^3} C(\lambda_{11}) - A(\lambda_{11}); \quad (6.16)$$

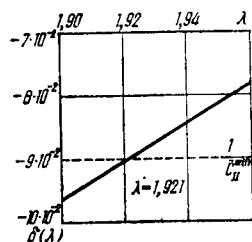


Рис. II.13. График для определения частоты собственных колебаний.

$$\bar{C}_I^{*(1)} = C_{II}^{*(1)} \frac{l^3}{|EI|} =$$

$$= 6,338 \cdot 10^6 \frac{30^3}{0,907 \cdot 10^9 \cdot 12,65} = 14,92; \quad \bar{C}_{II}^{*(1)} = C_{II}^{*(1)} \frac{l^3}{|EI|} =$$

$$= 4,753 \cdot 10^6 \frac{30^3}{0,907 \cdot 10^9 \cdot 12,65} = 11,19; \quad \lambda_{11} = l \sqrt[4]{\frac{m\omega_{11}^2}{|EI|}}; \quad A(\lambda_{11});$$

$B(\lambda_{11}); C(\lambda_{11}); E(\lambda_{11})$ — протабулированные функции [1].

Частоту собственных колебаний определяем методом попыток. Для получения верхнего предела частоты предположим, что перекрытия абсолютно жесткие. Тогда $\bar{\omega}_{11}^2 = \frac{\Sigma C^{*(1)}}{M} = \frac{(2 \cdot 6,338 + 4,753) \cdot 10^6}{126,03 \cdot 10^3} =$

$$= 138,3 \text{ 1/сек}^2; \quad \lambda_{11} = 30 \sqrt[4]{\frac{2100 \cdot 138,3}{0,907 \cdot 10^9 \cdot 12,65}} = 2,128.$$

Задаваясь значениями $\bar{\lambda}_{11} < 2,128$, по формуле (6.16) определяем $\delta(\lambda_{11})$ и строим график. Точка пересечения этого графика с прямой, проведенной на расстоянии $1/\bar{C}_{II}^{*(1)}$ от оси абсцисс, определяет искомое значение $\lambda_{11} = 1,921$ (рис. II.13). Частота собственных колебаний:

$$\omega_{11} = \frac{\lambda_{11}^2}{l^2} \sqrt{\frac{|EI|}{m}} = \frac{1,921^2}{30^2} \sqrt{\frac{0,907 \cdot 10^9 \cdot 12,65}{2100}} = 9,586 \text{ 1/сек}.$$

Формы собственных колебаний поперечных стен определяются так же, как и в примере 2:

$$X_1(x_1) = 1; \quad X_1(x_2) = 1,919; \quad X_1(x_3) = 2,683; \quad X_1(x_4) = 3,230; \\ X_1(x_5) = 3,515.$$

Формы колебания перекрытий вычисляются как в примере 1 по формуле (6.11), которая после подстановки значений $\bar{C}_1^{*(1)}, C_1^{*(1)}, \lambda^3$,

Таблица II.8

p	y_p	0,064 · (2)	$S(uy_p)$	$V(uy_p)$	$T(uy_p)$	2,105 · (5)	1,800 · (6)	$\frac{V(x_k y_p)}{X(x_k)} = \frac{(4) + (7) + (8)}{(6)}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
0	0	0	1,000	0	0	0	0	1,000
1	3,0	0,19	1,000	0,001	0,190	-0,002	0,342	1,340
2	6,0	0,38	1,001	0,009	0,380	-0,019	0,634	1,666
3	9,0	0,58	1,005	0,032	0,580	-0,067	1,044	1,982
4	12,0	0,77	1,015	0,076	0,772	-0,160	1,390	2,245
5	15,0	0,96	1,035	0,148	0,967	-0,312	1,741	2,464
6	18,0	1,15	1,073	0,254	1,167	-0,535	2,101	2,639
7	21,0	1,34	1,135	0,403	1,376	-0,848	2,477	2,764
8	24,0	1,54	1,235	0,613	1,612	-1,290	2,902	2,847
9	27,0	1,73	1,375	0,872	1,860	-1,836	3,348	2,887
10	30,0	1,92	1,571	1,199	2,138	-2,524	3,830	2,877

$S(\lambda)$, $T(\lambda)$ и $U(\lambda)$ примет вид:

$$V(x_k, y) = X(x_k) [S(uy) - 2,105 V(uy) + 1,800 T(uy)], \quad (6.17)$$

где

$$u = \sqrt[4]{\frac{m\omega^2}{[EI]}} = \sqrt[4]{\frac{2100 \cdot 9,586^2}{0,907 \cdot 10^9 \cdot 12,65}} = 0,064 \text{ 1/м.}$$

По формуле (6.17) в табл. (II.8) для десяти сечений перекрытия на половине длины здания приведены вычисления ординат форм колебаний.

§ 7. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СЕЙСМИЧЕСКИХ СИЛ МЕЖДУ ПОПЕРЕЧНЫМИ СТЕНАМИ С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ РАБОТЫ

Перемещения здания в уровне k -го этажа определяются по формуле

$$v_{ij}(x_k, y) = \frac{s_{ij}(x_k, y)}{m_k \omega_{ij}^2} = \frac{K_{cg}}{\omega_{ij}^2} \cdot \beta_{ij} \eta_k(x_k) \tau_j(y), \quad (7.1)$$

или

$$v_{ij}(x_k, y) = v_{ij}(x_1, y) \frac{X_i(x_k)}{X_i(x_1)}, \quad (7.2)$$

где

$$v_{ij}(x_1, y) = \frac{K_{сг}}{\omega_{ij}^2} \beta_{ij} \eta_{ij}(x_1) \tau_j(y).$$

Силы взаимодействия между перекрытиями, загруженными сейсмическими нагрузками, и поперечными стенами:

в уровне первого этажа

$$S_{ij}(x_1, d_1) = C_1^{*(i)} v_{ij}(x_1, d_1); \dots S_{ij}(x_1, d_i) = C_i^{*(1)} v_{ij}(x_1, d_i); \quad (7.3)$$

в уровне k -го этажа

$$S_{ij}(x_k, d_1) = \zeta_k C_1^{*(i)} v_{ij}(x_k, d_1); \dots S_{ij}(x_k, d_i) = \zeta_k C_i^{*(i)} v_{ij}(x_k, d_i).$$

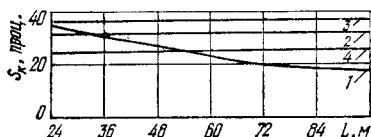


Рис. 11.14. График сейсмической нагрузки, приходящейся на торцевую стену (в проц. от общей нагрузки) в зависимости от длины здания и способа распределения (перекрытие с обвязкой):

динамического (1), статического (2), пропорционально жесткостям поперечных стен (3), пропорционально площадям (4).

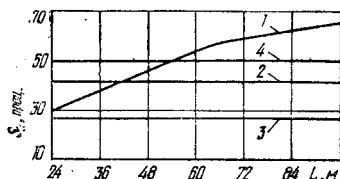


Рис. 11.15. График сейсмической нагрузки, приходящейся на среднюю стену (в проц. от общей нагрузки) в зависимости от длины здания и способа распределения (перекрытие с обвязкой). Обозначения те же, что на рис. 11.14.

Эти силы и являются расчетными для поперечных стен — диафрагм.

Если динамический расчет выполнен правильно, то должны удовлетворяться условия равновесия перекрытия, т. е.

$$S_{ij}(x_k) = \sum_{\rho=1}^i S_{ij}(x_k, d_\rho) \quad (7.4)$$

или

$$K_{сг} \beta_{ij} \eta_{ij}(x_k) q_k \int_0^L \tau_j(y) dy = \sum_{\rho=1}^i [\zeta_k C_\rho^{*(i)} v_{ij}(x_k, d_\rho)]. \quad (7.5)$$

На рис. 11.14 и 11.15 (перекрытие сборное с обвязкой) и рис. 11.16, 11.17 (перекрытие сборное со шпонками) показано распределение сейсмической нагрузки между тремя поперечными диафрагмами пятиэтажного здания, выполненное четырьмя различными способами: 1 — динамический (способ авторов); 2 — статический [11, 14, 15, 20, 21, 30]; 3 — пропорционально жесткостям стен; 4 — пропорционально грузовым площадям.

При этом для получения сопоставимых результатов усилия вычислены в долях от общей сейсмической нагрузки.

Интересно отметить, что распределение сейсмической нагрузки в пространственной расчетной схеме для различных этажей здания оказалось одинаковым. Как видно из графиков, на распределение сейсмической нагрузки по способам 2, 3, 4 длина здания не влияет, что, очевидно, является их существенным недостатком.

В настоящее время в теории сейсмостойкости широко используются две расчетные модели зданий и сооружений: плоская (консольная) и пространственная.

В работах первого направления пространственная расчетная модель здания используется только при распределении сейсмической нагрузки между вертикальными элементами здания (статиче-

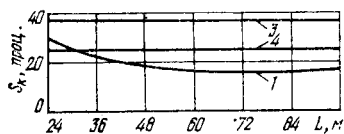


Рис. 11.16. График сейсмической нагрузки, приходящейся на торцевую стену (в проц. от общей нагрузки) в зависимости от способа распределения (перекрытие со шпонками и залитыми раствором швами). Обозначения те же, что на рис. 11.14 (кривая 2 отсутствует).

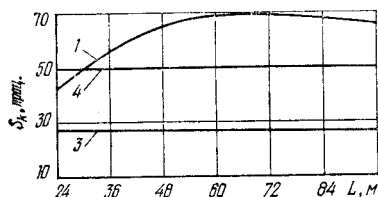


Рис. 11.17. График сейсмической нагрузки, приходящейся на среднюю стену (в проц. от общей нагрузки) в зависимости от способа распределения (перекрытие со шпонками и залитыми швами). Обозначения те же, что на рис. 11.14 (кривая 2 отсутствует).

ский метод). Формирование самой же сейсмической нагрузки осуществляется на основе плоской (консольной) расчетной схемы.

В работах второго направления пространственная расчетная схема используется как при формировании сейсмической нагрузки, так и при ее распределении (динамический метод).

Второе направление исследований является более последовательным и физически более обоснованным.

Дело в том, что при формировании сейсмической нагрузки по плоской расчетной схеме теряются некоторые весьма существенные степени свободы сооружения и делаются ошибки, как правило, в опасную сторону. Кроме того, имеются не только количественные, но и качественные различия при распределении сейсмической нагрузки на основе статического и динамического методов. Последнее весьма наглядно показано в работе [15].

Методика определения сейсмических сил и их распределения между вертикальными элементами здания иллюстрируется на приводимых ниже примерах. Примеры выполнены для одной составляющей сейсмической нагрузки, соответствующей безузловым формам вертикальных и горизонтальных элементов. В практических расчетах необходимо выполнить аналогичные расчеты для других составляющих сейсмической нагрузки, соответствующих $i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$.

Пример 1. Определить сейсмическую нагрузку на каменное двухэтажное здание (см. рис. II.7). Сейсмичность в районе строительства 8 баллов. Длина здания 42 м. Первая частота и соответствующие ей формы собственных колебаний определены в примере § 6. Сейсмическая нагрузка в уровне k -го этажа:

$$S_{ij}(x_k) = K_c \beta_{ij} \eta_k(x_k) q_k \int_0^L \tau_j(y) dy \quad (7.6)$$

или

$$S_{ij}(x_k) = K_c \beta_{ij} \eta_k(x_k) q_k \cdot 2 \left[\sum_{p=0}^{10} \tau_j(y_p) - \frac{\tau_j(y_0) + \tau_j(y_{10})}{2} \right] \Delta y. \quad (7.7)$$

Коэффициент сейсмичности $K_c = 0,05$. Коэффициент динамичности $\beta_{11} = 2,23$. Коэффициенты формы по высоте здания:

$$\eta_1(x_1) = \frac{X_1(x_1) [X_1(x_1) q_1 + X_1(x_2) q_2]}{X_1^2(x_1) q_1 + X_1^2(x_2) q_2}; \quad \eta_1(x_2) = \eta_1(x_1) \cdot \frac{X_1(x_2)}{X_1(x_1)},$$

где $q_1 = m_1 g$ и $q_2 = m_2 g$ — погонная нагрузка здания в уровнях перекрытий 1-го и 2-го этажей: $q_1 = 1706 \cdot 9,81 = 16740 \text{ кг/м} = 16,740 \text{ т/м}$; $q_2 = 1293 \cdot 9,81 = 12684 \text{ кг/м} = 12,684 \text{ т/м}$;

$$\eta_1(x_1) = 1,161; \quad \eta_1(x_2) = 1,161 \cdot \frac{0,376}{1} = 0,437.$$

Коэффициенты формы по длине здания $\tau_1(y)$ определяем по формуле приближенного суммирования

$$\tau_1(y_p) = V_1(y_p) \cdot \frac{\sum_{p=0}^{10} V_1(y_p) - \frac{V_1(y_0) + V_1(y_{10})}{2}}{\sum_{p=0}^{10} V_1^2(y_p) - \frac{V_1^2(y_0) + V_1^2(y_{10})}{2}}.$$

Значения $\tau_1(y_p)$ для десяти сечений перекрытия на половине длины здания ($\Delta y = 2,1 \text{ м}$) приведены в табл. II.9.

Таблица II.9

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tau_1(y_p)$	0,122	0,302	0,474	0,639	0,792	0,936	1,038	1,131	1,214	1,257	1,273

Сейсмическая нагрузка в уровнях перекрытий первого и второго этажей, вычисленная по формуле (7.7), имеет значения:

$$S_{11}(x_1) = 0,05 \cdot 2,23 \cdot 1,161 \cdot 16,740 \cdot 2 \cdot 8,480 \cdot 2,1 = 77,1 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_2) = 0,05 \cdot 2,23 \cdot 0,457 \cdot 12,684 \cdot 2 \cdot 8,480 \cdot 2,1 = 23,0 \text{ т}.$$

Так как вертикальных диафрагм только две и расположены они симметрично, то сейсмическая нагрузка будет распределяться между ними поровну: $S_{11}(x_1, 0) = 38,55 \text{ т}$; $S_{11}(x_2, 0) = 11,5 \text{ т}$.

Пример 2. Определить сейсмические силы для пятиэтажного кирпичного здания с двумя торцовыми диафрагмами (пример 2 § 6). Район строительства имеет сейсмичность 8 баллов ($K_c = 0,05$). Коэффициент динамичности $\beta_{11} = 0,890$.

Поскольку нагрузка на погонный метр в уровнях перекрытий от собственного веса здания одинакова, то коэффициенты формы по высоте здания $\eta_1(x_k)$ определяются по формуле

$$\eta_1(x_k) = \frac{X_1(x_k) \sum_{k=1}^5 X_1(x_k)}{\sum_{k=1}^5 X_1^2(x_k)},$$

согласно которой имеем: $\eta_1(x_1) = 0,500$; $\eta_1(x_2) = 0,960$; $\eta_1(x_3) = 1,342$; $\eta_1(x_4) = 1,615$; $\eta_1(x_5) = 1,758$.

Коэффициенты формы по длине здания (3.7):

$$\tau_1(y_p) = \frac{4\bar{C}^{*(1)}}{l^3 \Delta} V_1(0) V_1(uy_p),$$

где

$$\Delta = u^4 V_1^2(\lambda) - 3V_1(0) V_1'''(0) + l[V_1'(\lambda)]^2.$$

Некоторые параметры вычислены ранее, в примере 2 § 6: $\bar{C}^{*(1)} = 14,90$; $u = 0,0485 \text{ л/м}$; $\lambda = 1,456$.

Значения $V_1(y)$ приведены в табл. II.7, откуда следует, что $V_1(0) = 1$ и $V_1(uy_{10}) = V_1(\lambda) = 4,647$.

Сделаем предварительные вычисления:

$$\begin{aligned} V_1'(\lambda) &= u^2 \left\{ U(\lambda) - \frac{\bar{C}^{*(1)}}{\lambda^3} T(\lambda) + \left[\frac{\bar{C}^{*(1)}}{\lambda^3} U(\lambda) - V(\lambda) \right] \frac{V(\lambda)}{S(\lambda)} \right\} = \\ &= 0,0485^2 \left\{ 1,079 - 4,827 \cdot 1,516 + [4,827 \cdot 1,079 - 0,521] \cdot \frac{0,521}{1,190} \right\} = \\ &= -9,848 \cdot 10^{-3}; \end{aligned}$$

$$V_1'''(0) = -u^3 \frac{\bar{C}^{*(1)}}{\lambda^3} = -0,0485^3 \cdot 4,827 = -0,555 \cdot 10^{-3};$$

$$\begin{aligned} \Delta &= 0,0485^4 \cdot 30 \cdot 4,647^2 + 30(-9,848 \cdot 10^{-3})^2 + \\ &+ 3 \cdot 1 \cdot 0,555 \cdot 10^{-3} = 8,158 \cdot 10^{-3}; \end{aligned}$$

$$\tau_1(y_p) = \frac{4 \cdot 14,90}{30^3 \cdot 8,158 \cdot 10^{-3}} \cdot V_1(y_p) = 0,271 V_1(y_p).$$

Значения $\tau_1(y_p)$ приведены в табл. II.10.

Сейсмические силы, приходящиеся на этаж, будут

$$S_{11}(x_k) = K_c \beta_{11} \eta_1(x_k) q \int_0^L \tau_1(y) dy,$$

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tau_1(y_p)$	0,271	0,340	0,575	0,723	0,849	0,970	1,055	1,150	1,206	1,239	1,259

где $q = mg = 2040 \cdot 9,81 = 20010 \text{ кг/м} = 20,01 \text{ т/м}$.

$$\int_0^L \tau_1(y) dy = \frac{8}{u^4 l^6 \Delta} [\bar{C}^{*(1)} V_1(0)]^2 =$$

$$= \frac{8}{0,0485^4 \cdot 30^6 \cdot 8,158 \cdot 10^{-3}} \cdot [14,91]^2 = 53,98 \text{ (см. формулу 3.8).}$$

$$S_{11}(x_1) = 0,05 \cdot 0,890 \cdot 0,500 \cdot 20,01 \cdot 53,98 = 24,0 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_2) = S_{11}(x_1) \cdot \frac{\eta_1(x_2)}{\eta_1(x_1)} = 24,0 \cdot \frac{0,960}{0,500} = 46,1 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_3) = S_{11}(x_1) \cdot \frac{\eta_1(x_3)}{\eta_1(x_1)} = 24,0 \cdot \frac{1,342}{0,500} = 64,3 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_4) = S_{11}(x_1) \cdot \frac{\eta_1(x_4)}{\eta_1(x_1)} = 24,0 \cdot \frac{1,615}{0,500} = 77,3 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_5) = S_{11}(x_1) \cdot \frac{\eta_1(x_5)}{\eta_1(x_1)} = 24,0 \cdot \frac{1,758}{0,500} = 84,4 \text{ т}.$$

Так как диафрагм две, то на каждую из них будет приходиться половина поэтажной нагрузки, т. е.

$$S_{11}(x_1, 0) = S_{11}(x_1, L) = 12 \text{ т}; S_{11}(x_2, 0) = S_{11}(x_2, L) = 23,05 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_3, 0) = S_{11}(x_3, L) = 32,15 \text{ т}; S_{11}(x_4, 0) = S_{11}(x_4, L) = 38,65 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_5, 0) = S_{11}(x_5, L) = 42,2 \text{ т}.$$

Пример 3. Определить сейсмические нагрузки пятиэтажного кирпичного здания с тремя диафрагмами жесткости (пример 3, § 6). Длина здания $L = 60 \text{ м}$. Здание предназначено для строительства в районе с сейсмичностью 8 баллов. Первая частота и форма собственных колебаний определены. $\beta_{11} = 1,373$.

Вес конструкций здания, приходящийся на погонный метр перекрытий, одинаков на всех этажах. Поэтому коэффициенты формы по высоте здания $\eta_1(x_k)$ имеют те же значения, что и в предыдущем примере: $\eta_1(x_1) = 0,500$; $\eta_1(x_2) = 0,960$; $\eta_1(x_3) = 1,342$; $\eta_1(x_4) = 1,615$; $\eta_1(x_5) = 1,758$.

Коэффициент формы по длине здания определяется по формуле (3.5):

$$\tau_1(y) = \frac{2}{l^3 \Delta} [2\bar{C}_i^{*(1)} V_1(0) + \bar{C}_{11}^{*(1)} V_1(\lambda)] V_1(u y_D),$$

где $\Delta = 3V_1(\lambda) V_1'''(\lambda) + u^4 l V_1^2(\lambda) + l [V_1''(\lambda)]^2 - 3V_1(0) V_1'''(0)$.

Значения некоторых параметров вычислены в примере 3 § 6:
 $\bar{C}_{11}^{*(1)} = 14,92$; $\bar{C}_1^{*(1)} = 11,19$; $u = 0,064$ 1/м; $\lambda_1 = 1,921$.

Значения $V_1(y_p)$ приведены в табл. II.8, из которой следует, что $V_1(0) = 1$; $V_1(\lambda) = V_1(u y_{10}) = 2,877$.

Вычислим

$$V_1''(\lambda_1) = u^2 \left[U(\lambda_1) - \frac{\bar{C}_1^{(1)}}{\lambda_1^3} T(\lambda_1) + \left(\frac{\bar{C}_1^{(1)}}{\lambda_1^3} U(\lambda_1) - V(\lambda_1) \right) \frac{V(\lambda_1)}{S(\lambda_1)} \right] =$$

$$= 0,064^2 \left[1,913 - \frac{14,92}{1,921^3} \cdot 2,138 \left(\frac{14,92}{1,921^3} \cdot 1,913 - 1,199 \right) \times \right.$$

$$\left. \times \frac{1,199}{1,571} \right] = -1,757 \cdot 10^{-3};$$

$$V_1'''(0) = -u^3 \frac{\bar{C}_1^{*(1)}}{\lambda_1^3} = -0,064^3 \cdot \frac{14,92}{1,921^3} = -0,552 \cdot 10^{-3};$$

$$V_1'''(\lambda_1) = u^3 \left\{ T(\lambda_1) - \frac{\bar{C}_1^{*(1)}}{\lambda_1^3} S(\lambda_1) + \left[\frac{\bar{C}_1^{*(1)}}{\lambda_1^3} U(\lambda_1) - V(\lambda_1) \right] \times \right.$$

$$\left. \times \frac{U(\lambda_1)}{S(\lambda_1)} \right\} = 0,064^3 \cdot \left[2,138 - \frac{14,92}{1,921^3} \cdot 1,571 + \right.$$

$$\left. + \left(\frac{14,92}{1,921^3} \cdot 1,913 - 1,199 \right) \cdot \frac{1,913}{1,571^3} \right] = 0,596 \cdot 10^{-3};$$

$$\Delta = 3 \cdot 2,877 \cdot 0,596 \cdot 10^{-3} + 0,064^4 \cdot 30 \cdot 2,877^2 +$$

$$+ 30 (1,757 \cdot 10^{-3})^2 + 3 \cdot 1 \cdot 0,552 \cdot 10^{-3} = 10,963 \cdot 10^{-3};$$

$$\tau_1(y_p) = \frac{2}{30^3 \cdot 10,963 \cdot 10^3} \cdot [2 \cdot 14,92 \cdot 1 + 11,19 \cdot 2,877] \cdot V_1(y_p) =$$

$$= 0,419 V_1(y_p).$$

Значения $\tau_1(y_p)$ приведены в табл. II.11.

Таблица II.11

p	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$\tau_1(y_p)$	0,419	0,561	0,698	0,830	0,941	1,032	1,106	1,138	1,193	1,210	1,205

Поэтажные сейсмические силы:

$$S_{11}(x_k) = K_c \beta_{11} \eta_{11}(x_k) q \int_0^L \tau_1(y) dy,$$

где $q = mg = 2100 \cdot 9,81 = 20,6 \cdot 10^3 \text{ кг/м} = 20,6 \text{ т/м}$;

$$\int_0^L \tau_1(y) dy = \frac{2}{u^4 l^3 \Delta} [2\bar{C}_I^{*(1)} V_1(0) + \bar{C}_{II}^{*(1)} V_1(\lambda)] =$$

$$= \frac{2}{0,064^4 \cdot 30^3 \cdot 10,963 \cdot 10^{-3}} (2 \cdot 14,92 \cdot 1 + 11,19 \cdot 2,877) = 57,39.$$

$$S_{11}(x_1) = 0,05 \cdot 1,373 \cdot 0,500 \cdot 20,6 \cdot 57,39 = 40,6 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_2) = S_{11}(x_1) \cdot \frac{\eta_{11}(x_2)}{\eta_{11}(x_1)} = 78,0 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_3) = S_{11}(x_1) \cdot \frac{\eta_{11}(x_3)}{\eta_{11}(x_1)} = 109,0 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_4) = S_{11}(x_1) \cdot \frac{\eta_{11}(x_4)}{\eta_{11}(x_1)} = 131,1 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_5) = S_{11}(x_1) \cdot \frac{\eta_{11}(x_5)}{\eta_{11}(x_1)} = 142,7 \text{ т}.$$

Сейсмические нагрузки:

а) на крайние диафрагмы

$$S_{11}(x_k, 0) = S_{11}(x_k, L) = C_I^{*(1)} v_{11}(x_k, 0),$$

где $C_I^{*(1)}$ — жесткость толкающих упругих опор крайней диафрагмы;
 $v_{11}(x_k, 0)$ — перемещение крайней диафрагмы в уровне k -го этажа;

$$v_{11}(x_k, 0) = v_{11}(x_1, 0) \frac{X_1(x_k)}{X_1(x_1)}.$$

$$v_{11}(x_1, 0) = \frac{K_{cg}}{\omega_{11}^2} \beta_{11} \eta_{11}(x_1) \tau_1(0) = 1,534 \cdot 10^{-3} \text{ м (см. формулу 7.1)}$$

$$v_{11}(x_2, 0) = 1,534 \cdot 10^{-3} \cdot 1,919 = 2,944 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$v_{11}(x_3, 0) = 1,534 \cdot 10^{-3} \cdot 2,683 = 4,116 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$v_{11}(x_4, 0) = 1,534 \cdot 10^{-3} \cdot 3,230 = 4,955 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$v_{11}(x_5, 0) = 1,534 \cdot 10^{-3} \cdot 3,515 = 5,392 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$S_{11}(x_1, 0) = 9,7 \text{ т}; \quad S_{11}(x_2, 0) = 18,7 \text{ т}; \quad S_{11}(x_3, 0) = 26,1 \text{ т};$$

$$S_{11}(x_4, 0) = 31,4 \text{ т}; \quad S_{11}(x_5, 0) = 34,2 \text{ т};$$

б) на среднюю

$$S_{11}(x_k, l) = C_{II}^{*(1)} v_{11}(x_k, l) \quad \left(l = \frac{L}{2} = y_{10} \right);$$

$$v_{11}(x_1, l) = \frac{K_{cg}}{\omega_{11}^2} \beta_{11} \eta_{11}(x_1) \tau(l) = 4,412 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$v_{11}(x_2, l) = 8,467 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$v_{11}(x_3, l) = 11,84 \cdot 10^{-3} \text{ м};$$

$$\begin{aligned}
 v_{11}(x_4, l) &= 14,25 \cdot 10^{-3} \text{ м}; & v_{11}(x_5, l) &= 15,51 \cdot 10^{-3} \text{ м}; \\
 S_{11}(x_1, l) &= 21,0 \text{ т}; & S_{11}(x_2, l) &= 40,2 \text{ т}; \\
 S_{11}(x_3, l) &= 56,3 \text{ т}; & S_{11}(x_4, l) &= 67,7 \text{ т}; \\
 & & S_{11}(x_5, l) &= 73,7 \text{ т}.
 \end{aligned}$$

§ 8. МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЗДАНИЙ С БОЛЬШИМ ЧИСЛОМ НЕСУЩИХ ПОПЕРЕЧНЫХ СТЕН

Метод расчета, изложенный в предыдущих параграфах, дает принципиальные решения пространственных задач, относящихся к расчету зданий различных конструктивных схем. Однако при его практическом применении возникают затруднения, которые в большинстве случаев можно преодолеть за счет обоснованных упрощений задачи. Кроме этого, иногда возникает необходимость учета некоторых дополнительных параметров, влияющих на работу сооружения как единого целого.

В типовых проектах зданий с несущими стенами внутренняя планировка обычно отвечает требованиям симметричного и равномерного распределения жесткостей несущих элементов и масс*. Эта конструктивная особенность зданий позволяет упростить расчеты за счет разделения симметричных и кососимметричных (в плане) форм колебаний. Упрощение расчетов может быть получено также за счет отказа от дискретного учета поперечных стен по длине здания.

Количество несущих поперечных стен в зданиях достаточно велико (больше четырех), и переход к осредненным жесткостным характеристикам вполне оправдан. Частоты и формы собственных колебаний, вычисленные с учетом этого допущения, согласуются с данными натурных экспериментов.

Квадраты частот собственных колебаний зданий как единых пространственных систем определяются по формулам соответственно для поступательных, крутильных и изгибных колебаний:

$$\omega_{i1}^2 = \frac{\sum_{s=1}^i C_s^{*(i)}}{mL} \quad (i = 1, 2, 3); \quad (8.1)$$

$$\omega_{i2}^2 = \frac{F}{mLJ_p} \left[\sum_{s=1}^i C_s^{*(i)} \left(\frac{L}{2} - d_s \right)^2 + C_s^{*(i)} \frac{B^2}{2} \right]; \quad (8.2)$$

$$\omega_{i3}^2 = \frac{1}{mL} \left\{ \frac{4,73^4}{L^3} [EI] + \sum_{s=1}^i C_s^{*(i)} \right\}, \quad (8.3)$$

* Об учете несимметричного распределения жесткостей см. § 16.

где $C_s^{*(1)}$, $C^{*(1)}$ — обобщенные жесткости поперечных и продольных стен, определяемые по формулам пятого параграфа; m — осредненные погонные по длине здания массы, приведенные к уровням перекрытий; d_s — расстояния от крайней левой оси здания до осей поперечных стен; F , I_p — площадь здания в плане и ее полярный момент инерции относительно геометрического центра; $[EI]$ — приведенная (с учетом сборности) изгибная жесткость перекрытия в своей плоскости; L , B — длина и ширина здания; t — число поперечных стен.

Квадраты частот колебаний здания с учетом деформаций изгиба и сдвига перекрытий определяются по формуле

$$\omega_{iz}^2 = \frac{1}{m} \left(2,6l^4 \frac{E'B\delta^3}{1+\nu} + \frac{\sum_{s=1}^t C_s^{*(t)}}{L} \right), \quad (8.4)$$

где $\nu = 0,026 \frac{E'\delta^2}{l^2G'}$; E' , G' — приведенные модули упругости перекрытия (на изгиб и сдвиг), принимаемые по табл. 9 приложений; B , δ — ширина и толщина перекрытия; $l = \frac{L}{2}$.

Квадраты частот колебаний с учетом деформаций изгиба, сдвига перекрытий и инерции вращения масс:

$$\bar{\omega}_{iz}^2 = \omega_{iz}^2 \frac{1}{1 + \frac{\Delta}{M}}, \quad (8.5)$$

где $\Delta = 2,06h \left(\frac{\bar{m}\delta^2}{3} + \tilde{m}B^2 \right)$; $M = 0,25h^3m$; $h = 1$ м; ω_{iz}^2 — квадраты частот, определяемые по формуле (8.4); $m = \bar{m} + \tilde{m}$; \bar{m} , \tilde{m} — соответственно погонные массы перекрытий и двух продольных наружных стен.

Периоды собственных колебаний

$$T_{ij} = \frac{2\pi}{\omega_{ij}}. \quad (8.6)$$

Коэффициенты динамичности

$$\beta_{ij} = \frac{1}{T_{ij}}. \quad (8.7)$$

Коэффициенты форм по высоте здания

$$\eta_i(x_k) = \frac{X_i(x_k) \sum_{k=1}^n m_k X_i(x_k)}{\sum_{k=1}^n m_k X_i^2(x_k)} \quad (i = 1, 2, 3). \quad (8.8)$$

Ординаты форм собственных колебаний в поперечном сечении здания

$$X_i(x_k) = X_c + \varphi x_k + \operatorname{sh} \alpha_i x_k + A_i \sin \beta_i x_k + B_i \cos \beta_i x_k + C_i \operatorname{ch} \alpha_i x_k, \quad (8.9)$$

где $\alpha_i = \frac{\kappa_i}{H \sqrt{1 + \nu \kappa_i^2}}$; $\nu = \frac{EI k_1}{\gamma_{\text{пр}} H^2 GF}$; κ_i, A_i, B_i, C_i — коэффициенты, принимаемые по табл. II. 3 и 4; EI, GF — изгибная и сдвиговая жесткости всего здания; k_1 — коэффициент, учитывающий неравномерность распределения касательных напряжений [3]; $\gamma_{\text{пр}} = 1 - \frac{c}{0.85}$; c — отношение площади проемов здания (в плане) к площади всех стен и простенков; x_k — расстояние от центра жесткости подземной части здания до перекрытия k -го этажа.

Горизонтальное смещение X_c центра жесткости и угол поворота подземной части здания вычисляются как

$$X_c = 1^*;$$

$$\varphi = \frac{n(M + M_{\Phi}) \sum_{s=1}^p (C_{2\varphi s}^* - r_{11s})}{M \sum_{s=1}^p r_{12s}}, \quad (8.10)$$

где M, M_{Φ} — массы здания и его подземной части (фундаменты, подвал); n — число этажей; $C_{2\varphi s}^*, r_{11s}, r_{12s}$ — обобщенные жесткости оснований и единичные реакции, определяемые по формуле (5.21) для каждой поперечной стены.

Коэффициенты форм по длине здания $\tau_j(y)$ определяются по формулам (4.5) — (4.7).

Если помимо деформаций изгиба учитываются деформации сдвига перекрытий, то коэффициент формы $\tau_3(y)$ определяется по формуле

$$\tau_3(y) = \frac{\mu_2}{\alpha^2 + \beta^2} \left[(\beta^2 + \kappa) \cos \frac{\alpha y}{L} + (\alpha^2 - \kappa) \operatorname{ch} \frac{\beta y}{L} - \frac{\lambda^4 (\operatorname{ch} \beta - \cos \alpha) \left(\beta \operatorname{sh} \beta \frac{y}{L} + \alpha \sin \alpha \frac{y}{L} \right)}{\beta (\beta^2 + \kappa) \operatorname{sh} \beta - \alpha (\alpha^2 - \kappa) \sin \alpha \frac{y}{L}} \right], \quad (8.11)$$

где $\alpha = \sqrt{\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + b\lambda^4}}$; $\beta = \sqrt{-\frac{a}{2} + \sqrt{\frac{a^2}{4} + b\lambda^4}}$;

$$a = \frac{k_1 EI}{G'F} \cdot \frac{\lambda^4}{L}; \quad \lambda = L \sqrt[4]{\frac{m\omega^2 - k}{E'J}}; \quad b = 1;$$

$k = \frac{\sum_{s=1}^p C_s^{*(i)}}{L}$; $C_s^{*(i)}$ — обобщенные жесткости поперечных стен, опре-

* Горизонтальное смещение можно принять произвольным, поскольку формы собственных колебаний определяются с точностью до постоянного множителя.

деляемые по формулам пятого параграфа; μ_2 — коэффициент, определяемый по графику рис. II.6; ω — частота собственных колебаний, вычисляемая по формуле (8.4);

Если частота собственных колебаний определяется по формуле (8.5) с учетом инерции вращения масс перекрытий, то

$$b = 1 \frac{k_1 \rho l \omega^2}{G' F}, \quad (8.12)$$

где ρ — плотность материала; I , F — момент инерции и площадь поперечного сечения перекрытия.

§ 9. ПРИБЛИЖЕННЫЙ МЕТОД ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЧАСТОТ СОБСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ. ТЕОРЕМА О СУММИРОВАНИИ ПАРЦИАЛЬНЫХ ЧАСТОТ ЗДАНИЯ

Простой, но приближенный метод определения частот собственных колебаний основан на следующей теореме [5]: «Если здание расчленил на плоские элементы — равночастотные поперечные стены и равночастотные перекрытия — и массы сначала перенести на элементы одного, а затем другого направления, то квадрат частот здания будет равен сумме квадратов частот изолированных поперечных стен и перекрытий с сосредоточенными массами», т. е.

$$\omega_{ij}^2 = \bar{\omega}_i^2 + \tilde{\omega}_j^2 \quad (9.1)$$

$(i = 1, 2, \dots, n; j = 1, 2, \dots, t).$

Предполагается, что все перекрытия одинаковы и несут одинаковые сосредоточенные массы (осредненные).

При концентрации масс перекрытий в узлах перекрестной системы следует вводить коэффициент приведения, который всегда больше единицы.

Числовые расчеты показали, что коэффициент приведения можно определять по приближенным формулам:

для перекрытий с обвязкой по контуру

$$k_{пр} = 0,12 \frac{l}{B} + 0,93; \quad l < 24 \text{ м}; \quad (9.2)$$

$$k_{пр} = 0,0475 \frac{l}{B} + 1,08; \quad l > 24 \text{ м};$$

для перекрытий со шпонками

$$k_{пр} = 0,0605 \frac{l^2}{B^2} - 0,0606 \frac{l}{B} + 1,1, \quad (9.3)$$

где l — половина длины здания; $B = 12 \text{ м}$.

Пример расчета с использованием теоремы о суммировании парциальных частот

Определим частоту собственных колебаний здания, пользуясь приближенным способом, указанным выше. В качестве примера возьмем пятиэтажное здание с тремя поперечными стенами (рис. II. 12), которое было рассчитано в § 6 методом расчленения — склеивания.

Все массы здания сосредоточим в плоскости поперечных стен в уровне перекрытий. Величины сосредоточенных масс $M_1 = 33\,030$, $M_2 = 59\,980$ кг · сек²/м. Массы необходимо увеличить умножением на коэффициент приведения (9.2):

$$k_{np} = 0,0475 \frac{l}{B} + 1,08 = 0,0475 \frac{30}{12} + 1,08 = 1,199;$$

$$\bar{M}_1 = M_1 k_{np} = 33\,030 \cdot 1,199 = 39\,603 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м};$$

$$\bar{M}_2 = M_2 k_{np} = 59\,980 \cdot 1,199 = 71\,916 \text{ кг} \cdot \text{сек}^2/\text{м}.$$

Квадрат частоты средней поперечной стены определим по формуле:

$$\bar{\omega}_1^2 = \frac{\bar{C}^{*(1)} b_2}{\bar{M}_2} = \frac{0,08102 \cdot 5,853 \cdot 10^7}{71\,916} = 66,05 \text{ 1/сек},$$

где $\bar{C}^{*(1)} = 0,08102$ (см. табл. 6 приложений); $b_2 = 5,853 \cdot 10^7$.

Квадраты частоты крайней стены

$$\bar{\omega}^2 = \frac{\bar{C}^{*(1)} b_1 - \Delta C^{*(1)}}{\bar{M}_1}.$$

Из условия равенства частот

$$\frac{\bar{C}^{*(1)} b_2}{\bar{M}_2} = \frac{\bar{C}^{*(1)} b_1 - \Delta C^{*(1)}}{\bar{M}_1}$$

определим $\Delta C^{*(1)}$

$$\Delta C^{*(1)} = \bar{C}^{*(1)} \left(b_1 - b_2 \frac{1}{\zeta} \right) =$$

$$= 0,0812 (7,806 \cdot 10^7 - 5,853 \cdot 10^7 \frac{1}{1,816}) = 0,372 \cdot 10^7,$$

где $\zeta = \frac{\bar{M}_2}{\bar{M}_1} = 1,816$; $b_1 = 7,806 \cdot 10^7$.

Квадрат частоты перекрытия с сосредоточенными массами \bar{M}_1 и упругими опорами $\Delta C^{*(4)}$ по концам и сосредоточенной массой \bar{M}_2 в середине определим из частотного уравнения

$$\begin{vmatrix} \tilde{\delta}_{11} \bar{M}_1 \tilde{\omega}^2 - 1 & \tilde{\delta}_{12} \bar{M}_2 \tilde{\omega}^2 \\ 2\tilde{\delta}_{21} \bar{M}_1 \tilde{\omega}^2 & \tilde{\delta}_{22} \bar{M}_2 \tilde{\omega}^2 - 1 \end{vmatrix} = 0, \quad (9.4)$$

где $\tilde{\delta}_{11}$, $\tilde{\delta}_{12}$, $\tilde{\delta}_{22}$ — единичные перемещения для балки перекрытия с упругими опорами по концам;

$$\tilde{\delta}_{11} = \frac{1}{\Delta C^*} = \frac{1}{0,372 \cdot 10^7} = 2,688 \cdot 10^{-7} \text{ м/кг};$$

$$\tilde{\delta}_{12} = \frac{1}{2\Delta C^*} = \frac{1}{2 \cdot 0,372 \cdot 10^7} = 1,344 \cdot 10^{-7} \text{ м/кг};$$

$$\begin{aligned} \tilde{\delta}_{22} &= \frac{1}{2\Delta C^*} + \frac{L^3}{48[EI]} = 1,344 \cdot 10^{-7} + 3,922 \cdot 10^{-7} = \\ &= 5,266 \cdot 10^{-7} \text{ м/кг}. \end{aligned}$$

Решим уравнение (9.4) относительно $\tilde{\omega}^2$:

$$\tilde{\omega}^2 = \frac{A_3 \mp \sqrt{A_2^2 - 4A_1A_3}}{2A_1},$$

где $A_1 = \bar{M}_1\bar{M}_2(\delta_{11}^*\delta_{22}^* - 2\delta_{12}^{*2}) = 3,005 \cdot 10^{-4}$; $A_2 = \bar{M}_1\delta_{11}^* + \bar{M}_2\delta_{22}^* = 4,851 \cdot 10^{-4}$; $A_3 = 1$;

$$\tilde{\omega}_1^2 = 24,26 \text{ 1/сек}^2.$$

Применяя теорему о суммировании парциальных частот, получим:

$$\omega_{11}^2 = \bar{\omega}_1^2 + \tilde{\omega}_1^2 = 66,05 + 24,26 = 90,31 \text{ 1/сек}^2;$$

$$\omega_{11} = 9,503 \text{ 1/сек.}$$

Частота, вычисленная методом расчленения — склеивания, равна $\omega = 9,586 \text{ 1/сек}$ (см. пример 3 § 6).

Для зданий, обладающих регулярностью структуры по длине, при вычислении $\bar{\omega}_i^2$ все вертикальные элементы объединяются в один элемент, на который переносится вся масса здания. То же выполняется и для перекрытий при вычислении $\tilde{\omega}_i^2$.

Если при колебаниях перекрытия в своей плоскости не деформируются (поступательные и крутильные колебания), то принимается $\tilde{\omega}_i^2 = 0$, так как для безопорной балки два первых собственных числа равны нулю.

Из формулы (9.1) следует, что для удлиненных в плане каркасных зданий с навесными панелями для наружных стен частоты поступательных и крутильных колебаний должны практически совпадать. Для других типов зданий частоты крутильных колебаний должны превышать частоты поступательных, так как на крутильную жесткость здания существенно влияют не только поперечные, но и продольные вертикальные элементы. В этом случае уточнение расчетов можно получить, если $\tilde{\omega}_i^2$ вычислить как для недеформирующейся в своей плоскости балки, нагруженной массой здания, на упругих опорах, моделирующих поперечные и продольные элементы. Жесткости упругих опор вычисляются как произведение числа этажей, массы (любой) в уровне этажа и квадрата соответствующей частоты вертикальных (поперечных и продольных) элементов. Тогда в формуле (9.1) $\tilde{\omega}_i^2$ следует положить равным нулю.

Натурные испытания зданий с помощью вибрационных машин позволили выявить частоты и формы собственных колебаний. Как и следовало ожидать, на основании теории, разработанной авторами, при резонансах появились три вида колебаний: поступательные, крутильные и изгибные. Это дает основание производить расчет здания по формулам, приведенным выше, учитывая специфические особенности конструкций вертикальных и горизонтальных элементов.

Для крупнопанельных зданий эти особенности заключаются

в следующем. Все вертикальные элементы можно разделить на две категории: поперечные стены без вырезов и с вырезами.

Расчетная модель для поперечных стен без вырезов представляет консольную балку. В основании ее имеются горизонтальная упругая опора и защемление, жесткости которых зависят от сжимаемости грунта. Сборность конструкции учитывается введением в расчет приведенных модулей E и G , примерно в 3—4 раза меньше соответствующих модулей для монолитного железобетона. Эта задача с помощью ЭВМ решена С. В. Поляковым и Ю. И. Немчиновым [19], которыми построены также соответствующие расчетные графики. Ими можно воспользоваться для определения парциальных частот.

Для стен с вырезами расчетной моделью является составной консольный стержень, состоящий из 2—3 простенков с непрерывно распределенными по высоте связями сдвига. Для такого стержня имеются формулы (см. § 12 раздела 1) для определения единичных перемещений. Парциальные частоты определяются с помощью единичных перемещений точным методом или последовательных приближений. Для зданий повышенной этажности $\bar{\omega}_i^2$ вычисляются по приближенным формулам [25].

Крупноблочные здания не обладают регулярностью структуры по длине. Однако количество поперечных стен в них все же велико и переход к осредненным жесткостным характеристикам вполне оправдан. Частоты и формы колебаний, вычисленные по методике, согласуются с данными натуральных экспериментов ЦНИИЭПжилища. Это же относится и к кирпичным зданиям.

Расчетные схемы для выделенных из крупноблочных и кирпичных зданий горизонтальных элементов представляют собой составные балки двутаврового несимметричного сечения. Стенками их являются сборные перекрытия, а полками — пояса продольных стен. Ширина полки равна расстоянию между проемами соседних этажей. При землетрясениях в 7 баллов пояса в расчетной схеме следует сохранять, а общую жесткость балки снижать примерно вдвое. При землетрясениях в 8—9 баллов пояса должны быть исключены из расчетной схемы, так как они не смогут принимать на себя повышенные нагрузки вследствие отсутствия надежной связи между перекрытием (либо его обвязкой) и поясом и между подоконными и межоконными блоками, а общую жесткость балки (перекрытия) снижать втрое.